

STATISTISCHE MODELLIERUNG WELTWEIT BEOBACHTETER TORNADO-INTENSITÄTSVERTEILUNGEN

B: FEUERSTEIN¹, N. DOTZEK², J. GRIESER³ und H. BROOKS⁴

¹*Max-Planck-Institut für Kernphysik, Heidelberg, Deutschland*

²*Institut für Physik der Atmosphäre, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, Oberpfaffenhofen, Deutschland*

³*Weltzentrum für Niederschlagsklimatologie, Deutscher Wetterdienst, Offenbach, Deutschland*

⁴*NOAA-National Severe Storms Laboratory, Norman, USA*

1 EINLEITUNG

Tornados (auch Großtromben oder Windhosen genannt) stellen mit Windgeschwindigkeiten von bis zu ca. 500 km/h nicht nur ein spektakuläres meteorologisches Phänomen dar sondern auch eine Bedrohung für menschliches Leben und Eigentum. Sie treten in vielen Teilen der Erde auf. Ihre Anzahl wurde bereits von Alfred Wegener (1917) auf etwa 100 pro Jahr in Europa geschätzt. Neuere Schätzungen (Dotzek, 2003) geben diese Zahl mit ca. 170 etwas höher an. In Deutschland werden 10-20 Tornados pro Jahr registriert, in den USA sind es ca. 1000.

Wegen ihrer zum Teil erheblichen zerstörerischen Wirkung ist es von großem Interesse, das Risiko für das Auftreten von Tornados verschiedener Stärken für unterschiedliche Zeiträume und Regionen abzuschätzen.

In dieser Arbeit werden die beobachteten Intensitätsverteilungen aus 43 Regionen und Zeiträumen mit Hilfe der Weibull-Verteilung modelliert. Dies erlaubt nicht nur eine theoretische Beschreibung der regionalen Beobachtungen, sondern eröffnet darüber hinaus auch Möglichkeiten zum Vergleich verschiedener Regionen und Zeiträume untereinander.

2 TORNADO-INTENSITÄTSVERTEILUNGEN

Die Intensität von Tornados kann auf unterschiedliche Weise angegeben werden. Ein objektives Maß wäre die maximale Windgeschwindigkeit. Aus nahe liegenden Gründen ist dies jedoch eine in einem Tornado selten gemessene Größe. Daher werden Tornados anhand von verursachten Schäden klassifiziert, denen Geschwindigkeitsklassen eindeutig zugeordnet werden können. Am weitesten verbreitet ist dabei die Fujita-Skala, deren Skalenwerte F proportional zur Geschwindigkeit hoch zwei Drittel sind. In der Originalarbeit von Fujita und Pearson (1973) ist die F -Skala analog zur Beaufort-Skala B definiert als

$$v(F) = 6.3 \frac{m}{s} (F + 2)^{3/2}, \quad v(B) = .84 \frac{m}{s} B^{3/2}.$$

Damit korrespondiert $F=-2$ mit $v=0$ m/s. In der Praxis werden Tornados in die Fujita-Klassen F_0 (ab ca. 65 km/h) bis F_5 (ab ca. 420 km/h) eingeteilt. Dabei entspricht die diskrete Klasse F_n dem Intervall von F -Werten zwischen n und $n+1$. Einen Überblick gibt Tabelle 1.

Tabelle 1: Fujita-Skala und zugeordnete Windstärken und Geschwindigkeiten v.

F-Wert	-2	-1	0	1	2	3	4	5
Beaufort	<3	<7	<11	<15	<19	<23	<27	<31
v[m/s]	0-7	7-18	18-33	33-51	51-71	71-93	93-117	117-143
v[km/h]	0-25	25-65	65-119	119-184	184-256	256-335	335-421	421-515

Für die Untersuchungen dieser Arbeit standen den Autoren 43 beobachtete und nach der F-Skala klassifizierte Intensitätsverteilungen von Tornados aus unterschiedlichen Regionen und unterschiedlichen Zeiträumen zur Verfügung (s. Dotzek et al., 2003). In den Abbildungen 1 und 2 sind beispielhaft die Intensitätsverteilungen für unterschiedliche Jahrzehnte in den USA sowie für deutsche Daten dargestellt.

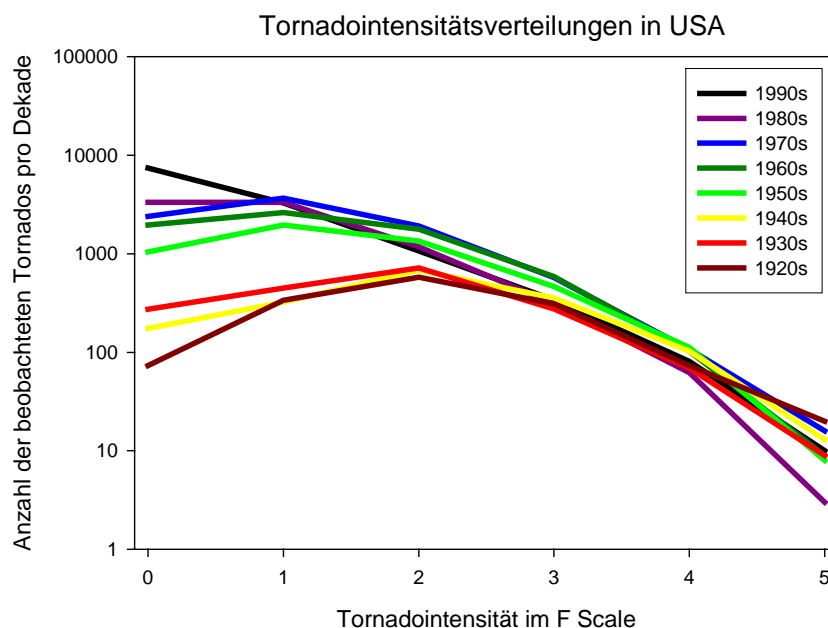


Abbildung 1: Intensitätsverteilungen beobachteter Tornados für verschiedene Dekaden in den USA.

Abbildung 1 ist zu entnehmen, dass in den USA die Anzahl der registrierten Tornados der Klassen F0 bis F2 im Laufe des letzten Jahrhunderts stark zugenommen hat, während die Anzahl der starken (F3 bis F5) Tornados nur eine geringe zeitliche Änderung aufweist. Die Gesamtzahl der beobachteten Tornados in den USA hat sich jedoch im Verlauf von 80 Jahren versechsfacht. Durch die deutliche Zunahme der beobachteten und registrierten Anzahl schwacher Tornados hat sich die Verteilungsform der Intensitätsverteilung zeitlich geändert. Die zu Beginn des Zeitintervalls sehr ausgeprägte Rechtskrümmung wird zunehmend schwächer. Die Verteilung scheint in logarithmischer Darstellung gegen eine Gerade zu konvergieren. In diesem Fall wäre die Intensitätsverteilung durch eine Exponentialfunktion repräsentierbar. Es stellt sich jedoch die Frage, warum die Anzahl der registrierten schwachen Tornados so stark zugenommen hat, ohne dass eine wesentliche Veränderung in der Anzahl der starken Tornados zu verzeichnen ist. Ein möglicher Erklärungsansatz dafür liegt in der zunehmend besser werdenden Beobachtung, Registrierung und Klassifizierung auftretender Tornados. Diesem Ansatz wird in Abschnitt 5 weiter nachgegangen.

Abbildung 2 zeigt die Intensitätsverteilung der Tornados für das Gebiet der Bundesrepublik Deutschland. Sieht man von der Anzahl der registrierten F0- und F-1-Tornados ab, so deutet auch diese Verteilung auf eine exponentielle Abnahme in der Häufigkeit von Tornados bei zunehmender Stärke, gemessen in der Fujita-Skala, an.

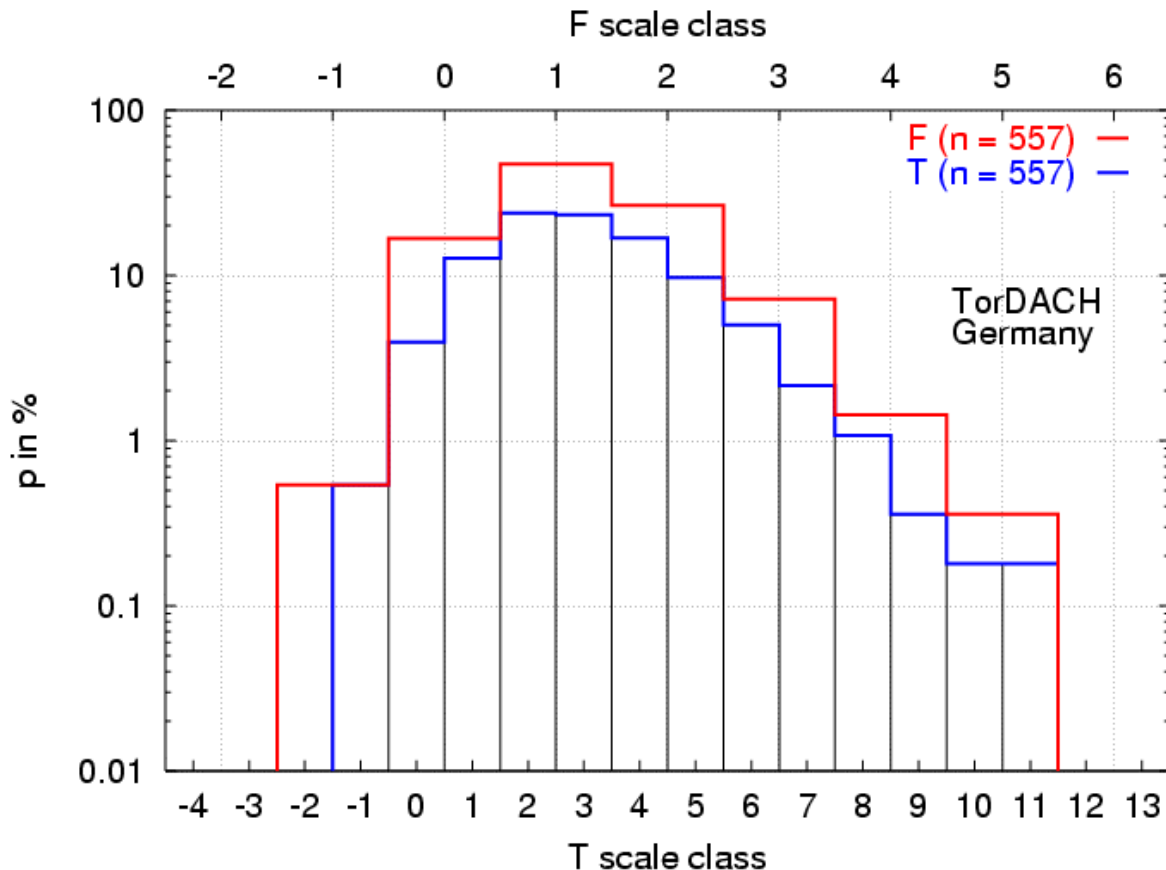


Abbildung 2: Derzeitige Intensitätsverteilung von in Deutschland beobachteten Tornados über der F-Skala (rot) und der doppelt so fein abgestuften T-Skala (blau). Derzeit haben etwa 65% aller bei TorDACH registrierten Tornados eine F-Skala-Bewertung.

Die Modellierung der Intensitätsverteilung von Tornados mit Hilfe der Exponentialverteilung hat jedoch zwei Schwächen. Einerseits kann die Rechtskrümmung der registrierten Daten, die in zahlreichen Regionen zu beobachten ist, nicht modelliert werden. Andererseits suggeriert die Exponentialverteilung für alle beobachteten Intensitätsverteilungen eine deutlich höhere Anzahl von sehr schwachen Tornados als registriert. Da Energiebilanzbetrachtungen für Tornados bei der Schwelle von F5 zu F6 eine Obergrenze der Intensität ergeben haben, muss auch bei den verheerenden Tornados die Wahrscheinlichkeitsdichte steiler als exponentiell abfallen.

Die durch die Fujita-Skala festgelegte Untergrenze der Windgeschwindigkeiten für Tornados von 65km/h unterliegt zudem einer gewissen Willkür. Eine Modellierung der Intensitätsverteilung mit Hilfe der Exponentialfunktion hätte zur Folge, dass die meisten Tornados eine Intensität knapp oberhalb dieser Untergrenze hätten, schwächere Tornados aber ausgeschlossen wären. Darüber hinaus hinge die Anzahl stattfindender Tornados sehr sensibel von der gewählten Untergrenze ab.

Verwendet man stattdessen eine Weibull-Verteilung zur Modellierung der beobachteten Tornado-Intensitätsverteilungen, so kann einerseits die beobachtete Rechtskrümmung der Verteilungen gut

wiedergegeben werden. Andererseits haben bei einer Weibull-Verteilung nicht die kleinsten Werte (schwächsten Tornados) zwangsläufig die höchste Eintrittswahrscheinlichkeit. Dies tritt nur in dem Grenzfall auf, in dem die Weibull-Verteilung zur Exponentialverteilung entartet. Sie erscheint daher die geeignete theoretische Verteilung zur Modellierung von beobachteten Tornado-Intensitätsverteilungen zu sein. Jedoch erlaubt die Anpassung der Weibull-Verteilung gewisse Freiheiten. Diese werden im folgenden Abschnitt diskutiert.

3 ANPASSUNG DER WEIBULL-VERTEILUNG

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, eine theoretische Verteilung an die beobachteten Tornado-Intensitätsverteilungen anzupassen. Da ein monotoner nichtlinearer Zusammenhang zwischen der Fujita-Skala und der Geschwindigkeit besteht, kann eine theoretische Verteilung wahlweise in einer der beiden Skalen angepasst werden und jeweils auf die andere transformiert werden.

Zudem gibt es zwar eine untere Grenze der Intensität, ab der Tornados registriert werden (F0, ca. 65 km/h). Dies muss aber nicht eine natürliche untere Grenze sein. Erlaubt man ganz allgemein, dass die maximale Geschwindigkeit eines Tornados größer 0 sein muss, so nutzt man die bislang nicht verwendeten, aber schon früher von Fujita definierten Klassen F-1 und F-2 (s. Tab. 1). Auch unter dieser Randbedingung kann eine theoretische Verteilung angepasst werden. Beiden gemeinsam ist dabei, dass die Anzahl nicht registrierter sehr schwacher Tornados abgeschätzt werden kann; wenn auch als Extrapolation.

Es hat sich gezeigt, dass die Unterschiede zwischen den Anpassungen in der Geschwindigkeit und in der Fujita-Skala marginal sind. In beiden Fällen werden die Beobachtungen sehr gut wiedergegeben. Auch eine Abschätzung der Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Tornados der Fujita-Klasse 6 (mit Geschwindigkeiten nahe der theoretischen Obergrenze von über 500 km/h) kann daraus erfolgen.

Vergleiche verschiedener Methoden zur Anpassung der Verteilung haben ergeben, dass die besten Ergebnisse erzielt werden, wenn die Weibull-Verteilung

$$W(x) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x-a}{b}\right)^c\right), \forall x > a$$

in eine Gerade der Form $\ln[-\ln(W-1)] = c \ln(x-a) - c \ln b$ transformiert wird und an die ebenso transformierten Beobachtungen mittels linearer Regression angepasst wird. Der Parameter a stellt dabei den vorher festzulegenden kleinstmöglichen Wert der Geschwindigkeit bzw. den kleinstmöglichen F-Wert dar. Die Parameter b und c folgen aus der Anpassung und charakterisieren somit die spezielle Intensitätsverteilung. Da die Güte der Anpassung unter Mitberücksichtigung der registrierten F0-Tornados deutlich schlechter ist als unter deren Auslassung, wurden die F0-Beobachtungen nicht mitberücksichtigt. Zudem ist wegen der Kurzlebigkeit von F0-Tornados und ihrer geringen Schäden davon auszugehen, dass sie oft übersehen oder als normaler Sturmschaden klassifiziert werden. Daher ist ihre Anzahl in den meisten Datensammlungen deutlich unterrepräsentiert. Ihre Berücksichtigung würde nicht nur die Güte der Anpassung negativ beeinflussen, sondern auch die Schätzung der Parameter b und c verfälschen.

Die Modellierung der in Abbildung 2 gezeigten Intensitätsverteilung der 557 in Deutschland nach ihrer Stärke klassifizierten Tornados liefert das in Abbildung 3 dargestellte Ergebnis mit den in Tabelle 2 zusätzlich angegebenen Werten und den aus der Modellierung folgenden Wiederkehrintervallen.

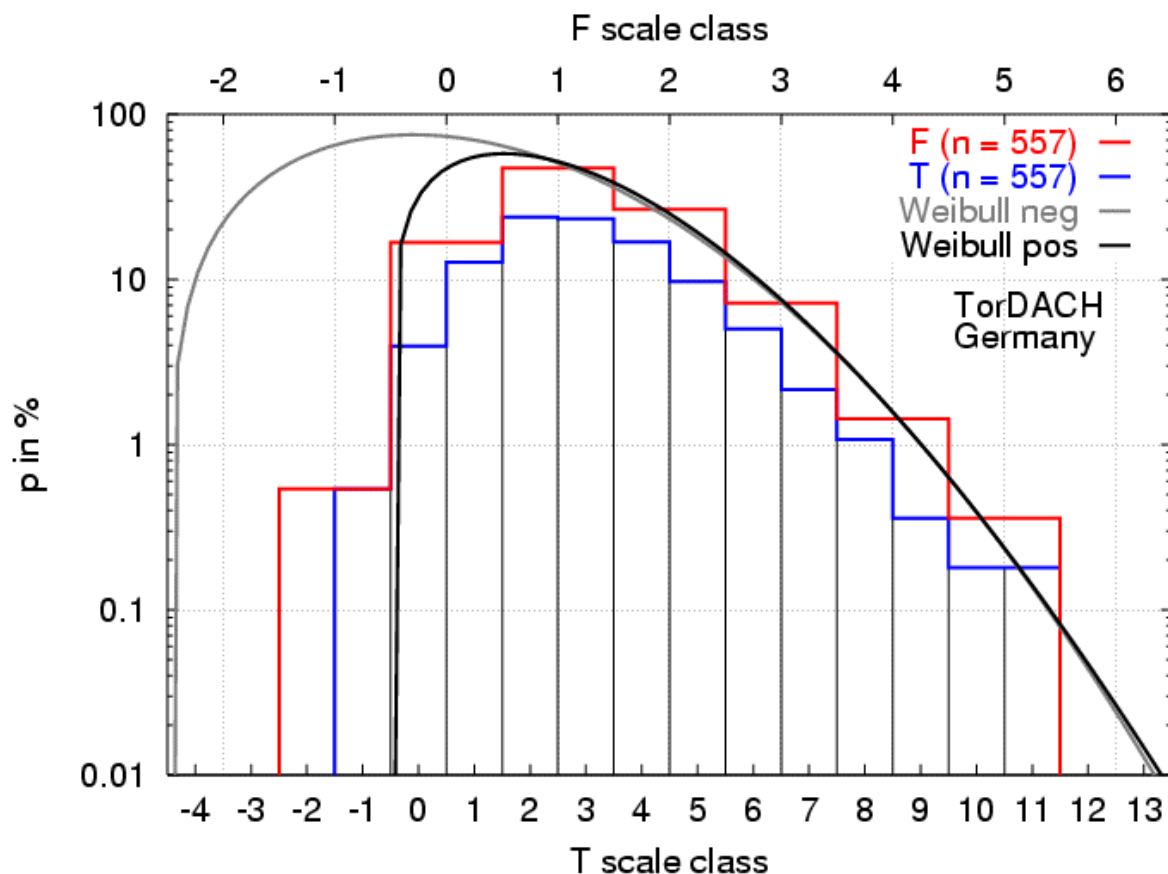


Abbildung 3: Weibull-Modellierung der in Abbildung 2 vorgestellten deutschen Tornado-Intensitätsverteilung. Die Eingangsdaten der Klassen F1 bis F5 erlauben sowohl eine Anpassung ab F0-Intensität als auch ab F-2 ($v = 0$ m/s).

Tabelle 2: Registrierte und modellierte Anzahl von Tornados unterschiedlicher Stärke in Deutschland, sowie dadurch modellierte Anzahl der Tornados unterschiedlicher Stärke pro Dekade und geschätzte Wiederkehrzeit.

F-Skala	Registrierungen	Modellierte Anzahl	Modellierte Anzahl von Tornados pro Dekade	Geschätzte Wiederkehrzeit
-2	0	123	9.1	1 Jahr
-1	3	359	27	4 Monate
0	93	406	30	4 Monate
1	263	280	21	6 Monate
2	148	129	9.6	1 Jahr
3	40	40	3	3 Jahre
4	8	9	.7	14 Jahre
5	2	1	.07	140 Jahre
Summe	557	1347		

Wendet man die beschriebene Anpassung der Weibull-Verteilung auf die verfügbaren beobachteten Tornado-Intensitätsverteilungen an, so erhält man für jeden Zeitraum und jede Region 3 Parameter zur vollständigen Charakterisierung der registrierten Tornados. Neben der Anzahl der beobachteten Tornados N sind dies die Koeffizienten der Weibull-Verteilung b und c . Diese können verwendet werden, um eine Tornado-Klimatologie zu erstellen.

4 TORNADO-KLIMATOLOGIE

Neben der Gesamtzahl der beobachteten Tornados kann ein Gebiet während eines Zeitraums bzgl. seiner Tornado-Intensitätsverteilung durch die Parameter b und c der angepassten Weibull-Verteilung charakterisiert werden. Trägt man den Parameter b gegen den Parameter c in einem cb -Diagramm auf, so ist jede Region und jeder Zeitraum durch einen Punkt in diesem Diagramm gekennzeichnet. Dies erlaubt es auf einfache Weise, Regionen und Zeiträume bezüglich ihrer Tornado-Intensitätsverteilung zu vergleichen. Strukturen der Punktwolke im cb -Diagramm können dazu dienen, eine Tornado-Klimatologie zu erstellen. So ist zu erwarten, dass Regionen mit ähnlichen Eigenschaften der Tornado-Intensitätsverteilung durch nahe beieinander liegende Punkte im cb -Diagramm gekennzeichnet sind. Für sehr unterschiedliche Tornado-Intensitätsverteilungen hingegen lägen die Punkte weit voneinander entfernt. Cluster von Punkten würden Regionen und Zeitfenster mit gleichartigen Tornado-Intensitätsverteilungen widerspiegeln.

Da jedoch die verfügbaren beobachteten Tornado-Intensitätsverteilungen der verschiedenen Nationen und Zeiträume von unterschiedlichen Beobachtern stammen und die Einteilung in die Fujita-Skala subjektiv ist, wäre auch zu erwarten, dass sich keinerlei Strukturen im cb -Diagramm einstellen.

Stattdessen stellt sich die in Abbildung 4 wiedergegebene Struktur ein. Die Linke Grafik von Abbildung 4 zeigt die Verteilung der Punkte aller Datensammlungen im cb -Diagramm. Sie suggeriert, dass im Mittel größere Werte von c mit größeren Werten von b einhergehen. In der rechten Grafik von Abbildung 4 sind ausschließlich jene Datenkollektive dargestellt, bei denen mindestens eine F5-Beobachtung vorliegt.

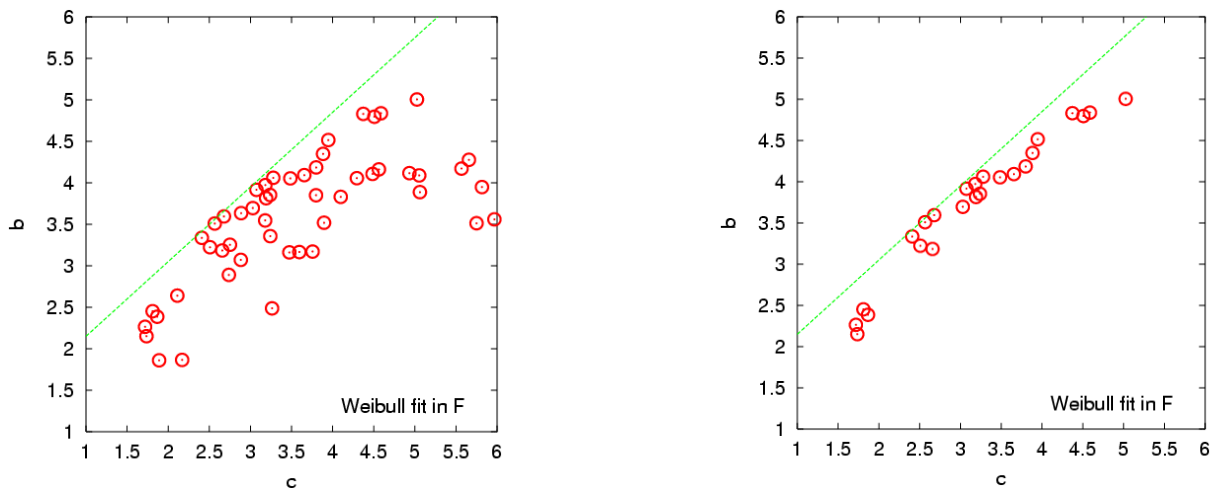


Abbildung 4: cb -Diagramm, links unter Verwendung aller Datensammlungen, rechts für alle beobachteten Intensitätsverteilungen mit mindestens einer F5-Beobachtung.

Hier ist eine klare Struktur zu erkennen, die darauf hindeutet, dass es einen Zusammenhang zwischen den a priori voneinander unabhängigen Parametern b und c der an die Beobachtungen angepassten Weibull-Verteilungen gibt. Die Konsequenz eines solchen Zusammenhangs ist die Reduzierung der Tornado-Intensitätsverteilung auf einen Parameter als Folge einer räumlichen und zeitlichen Invarianten.

Ein Blick auf Abbildung 1 zeigt, dass das Verhältnis der Anzahl der registrierten F4- und F3-Tornados $p(F4)/p(F3)$ für verschiedene Dekaden in den USA gleich zu sein scheint. Die Wahrscheinlichkeitsdichte der Weibull-Verteilung eines Wertes F ist gegeben durch

$$p(F) = \frac{c}{b} \left(\frac{F+2}{b} \right)^{c-1} \exp \left(- \left(\frac{F+2}{b} \right)^c \right).$$

Daraus folgt der gesuchte Zusammenhang zwischen b und c aus dem Verhältnis $p(F)/p(F-1)$

$$\ln(p(F)/p(F-1)) = (c-1) \ln \left(\frac{F+2}{F+1} \right) - \left(\frac{F+2}{b} \right)^c + \left(\frac{F+1}{b} \right)^c.$$

Abbildung 5 zeigt diesen Zusammenhang für das mittlere $p(F4)/p(F3)$ -Verhältnis sowie jenes, dass unter ausschließlicher Verwendung US-amerikanischer Daten folgt.

Die klimatologische Interpretation des abweichenden Verhaltens von Datensammlungen ohne mindestens eine F5-Beobachtung soll hier nicht näher diskutiert werden, es wird von Feuerstein et al. (2004) behandelt.

Abbildung 5 zeigt jedoch auch, dass die cb -Punkte für die verschiedenen Dekaden der US-amerikanischen Daten entlang der zugehörigen cb -Linie eine zeitliche Ordnung aufweisen. Diesem Phänomen wird im folgenden Abschnitt nachgegangen.

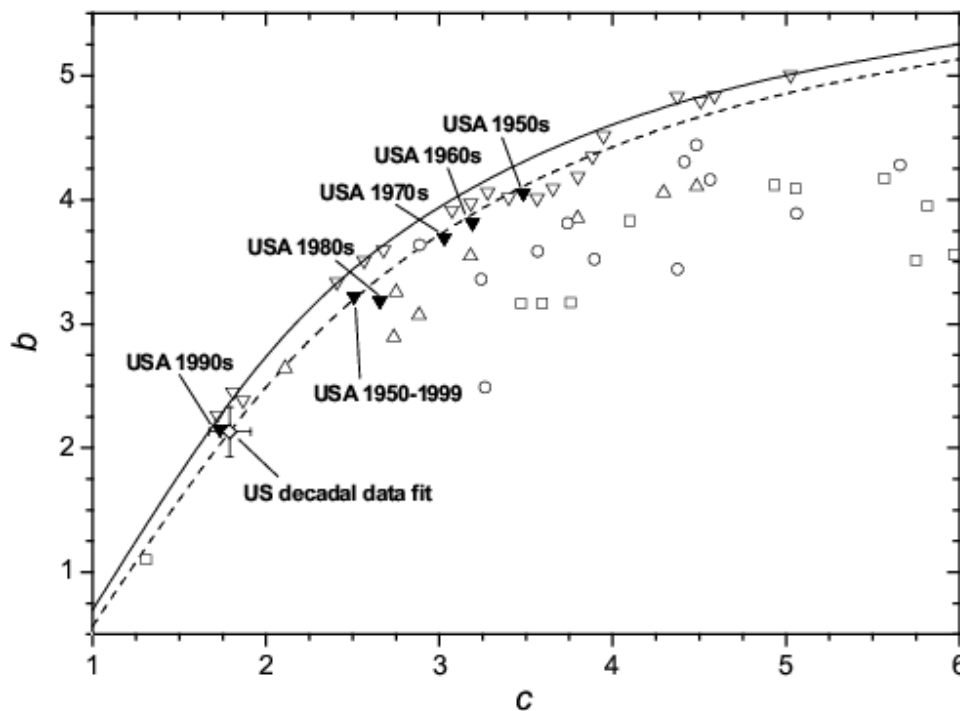


Abbildung 5: cb -Diagramm. Durchgezogene Linie markiert den cb -Zusammenhang auf der Basis eines konstanten mittleren $p(F4)/p(F3)$ -Verhältnisses. Die gestrichelte Linie markiert den Zusammenhang unter Verwendung ausschließlich US-amerikanischer Daten. Datenkollektive mit mindestens einer F5-Beobachtung sind durch nach unten weisende Dreiecke gekennzeichnet. Für die US-amerikanischen Datenkollektive (unterschiedliche Dekaden) sind die Dreiecke ausgefüllt und mit der zugehörigen Dekade beschriftet.

5 ZEITLICHE ÄNDERUNG DER ANZAHL BEOBACHTETER TORNADOS

Für die unterschiedlichen Dekaden des US-amerikanischen Datensatzes wird mit zunehmender Zeit eine Abnahme der Werte von b und c beobachtet. Diese zeitliche Entwicklung muss beschränkt sein, da b und c definitionsgemäß nur positive Werte annehmen können. Daher stellt sich die Frage, ob diese zeitliche Folge gegen einen Grenzwert läuft und was dies für die Tornado-Intensitätsverteilung der USA bedeutet.

Darüber hinaus zeigt Abbildung 1, dass im US-amerikanischen Datensatz die Anzahl der registrierten schwachen Tornados mit der Zeit kontinuierlich zunimmt, während die Anzahl der starken Tornados über die Zeit nahezu unverändert bleibt. Daher wird hier von der Hypothese ausgegangen, dass sowohl die Anzahl der Tornados in den USA im Beobachtungszeitraum zeitlich konstant geblieben ist als auch die Tornado-Intensitätsverteilung. Unter Annahme dieser Hypothese sind die Unterschiede in den Intensitätsverteilungen der verschiedenen Dekaden ausschließlich die Folge sich zeitlich ändernder Beobachtungs- und Registrierungskapazitäten.

Um zu testen, ob diese Hypothese in der Lage ist, die Beobachtungen zu beschreiben, wird von einer zeitlich konstanten Intensitätsverteilung in Form einer Weibull-Verteilung ausgegangen. Die unterschiedlichen Beobachtungen der verschiedenen Dekaden werden als Produkt dieser Verteilung mit einer sigmoiden zeitabhängigen Beobachtungsfunktion interpretiert. Sowohl die Koeffizienten der unterliegenden Weibull-Funktion als auch die zeitabhängigen Koeffizienten der Beobachtungsfunktion werden simultan für die Beobachtungen der letzten 5 Dekaden geschätzt. Die sich daraus ergebenden Koeffizienten der stationären Grenzverteilung sind in Abbildung 5 (markiert als „US decadal data fit“) eingezeichnet.

Die Ergebnisse suggerieren, dass die Daten nicht im Widerspruch zu der Hypothese stehen, dass trotz der markanten Zunahme der beobachteten Tornados innerhalb der letzten Dekaden auf dem Gebiet der USA die Anzahl der tatsächlich aufgetretenen Tornados konstant geblieben ist. Dies würde auch bedeuten, dass in der letzten Dekade des letzten Jahrhunderts quasi alle aufgetretenen Tornados in der USA registriert wurden (s. Abb. 5):

6 ZUSAMMENFASSUNG

Ausgehend von den beobachteten Tornado-Intensitätsverteilungen aus 43 unterschiedlichen Regionen und Zeiträumen kann gezeigt werden, dass Weibull-Verteilungen zu deren Modellierung sehr gut geeignet sind. Sie erlauben insbesondere das Risiko für das Auftreten verheerender Tornados besser abzuschätzen, als dies aufgrund der seltenen Beobachtungen ohne Modellierung möglich wäre. Darüber hinaus kann die Anzahl der tatsächlich auftretenden Tornados aus der Anzahl der registrierten Tornados sowie die Anzahl sehr schwacher unregistrierter Tornados (ohne aufgetretene Zerstörungen) abgeschätzt werden.

Bei der statistischen Modellierung mit Hilfe von Weibull-Verteilungen zeigt sich ein Zusammenhang zwischen den an sich unabhängigen Verteilungsparametern für Form und Streuung. Dieser erscheint zunächst unabhängig von der jeweiligen Datenquelle, Region und dem Beobachtungszeitraum. Er stellt somit eine universelle Eigenschaft der Tornado-Intensitätsverteilung dar.

Für große Datenkollektive (US-Dekaden von 1950 bis 1999) kann gezeigt werden, dass die Annahme einer zeitlich konstanten Tornado-Intensitätsverteilung unter Einführung einer sigmoiden zeitabhängigen Beobachtungsfunktion im Einklang mit den Beobachtungen steht. Die beobachtete Zunahme schwacher

Tornados bei gleichzeitig unveränderter Häufigkeit starker Tornados innerhalb der letzten Dekaden kann daher die ausschließliche Folge verbesserter Beobachtungs- und Registrierungskapazitäten sein.

LITERATUR

- Dotzek, N., (2003). An updated estimate of tornado occurrence. *Atmos. Res.*, **67-68**, 153-161. [verfügbar unter www.tordach.org]
- Dotzek, N., Grieser, J., und Brooks, H. E. (2003). Statistical modeling of tornado intensity distributions. *Atmos. Res.*, **67-68**, 163-187. [verfügbar unter www.tordach.org]
- Feuerstein, B., Dotzek, N., und Grieser, J. (2004). Assessing a tornado climatology from global tornado intensity distributions. Eingereicht bei *J. Climate*. [verfügbar unter www.tordach.org]
- Fujita, T. T., und Pearson, A. D. (1973). Results of FPP classification of 1971 und 1972 tornadoes, in *Proc. 8th Conf. on Severe Local Storms*, Denver (Amer. Meteor. Soc., Boston), 142-145.
- Wegener, A. (1917). *Wind- und Wasserhosen in Europa*. Friedrich Vieweg & Sohn, Braunschweig, 301 Seiten. [verfügbar unter www.tordach.org]